

Simulare judet CJ - EN - matematica

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p	<p>1. Rezultatul calculului $120 - 111:3$ este egal cu:</p> <p>a) 3 b) 81 c) 83 d) 9</p>	<p>$111:3 = 37$</p> <p>$120 - 111:3 = 120 - 37 = 83 \Rightarrow \underline{\underline{c}}$</p> <p>$\frac{111}{3} = 37$</p> <p>$\frac{120}{37} = 3 \text{ rest } 9$</p>
5p	<p>2. Știind că $\frac{5a-2b}{3a+4b} = \frac{2}{3}$, atunci $\frac{a}{b}$ este egal cu:</p> <p>a) $\frac{9}{14}$ b) $\frac{14}{9}$ c) $\frac{13}{9}$ d) $\frac{1}{13}$</p>	<p>produsul mezilor = produsul extremitilor</p> <p>$\frac{5a-2b}{3a+4b} = \frac{2}{3}$</p> <p>$(\Rightarrow) 3(5a-2b) = 2(3a+4b) (\Rightarrow)$</p> <p>$(\Rightarrow) 15a - 6b = 6a + 8b (\Rightarrow) 15a - 6a = 8b + 6b$</p> <p>$(\Rightarrow) 9a = 14b \quad : 9 (\Rightarrow) a = \frac{14}{9} b \quad : b (\Rightarrow)$</p> <p>$(\Rightarrow) \frac{a}{b} = \frac{14}{9} \Rightarrow \underline{\underline{b}}$</p>
<p style="text-align: right;">1</p>		

Simulare judet CJ - EN - matematica

5p 3. Dacă 40% din a este 20, atunci valoarea numărului a este egală cu:

a) 100

b) 75

c) 40

d) 50

$$\frac{40}{100} \cdot a = 20 \Leftrightarrow \frac{4}{10} a = 20 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2a}{5} = 20 \quad | \cdot 5 \Leftrightarrow 2a = 100 \quad | : 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = 50 \Rightarrow \underline{\underline{d}}$$

5p 4. Situația notelor obținute de elevii unei clase la un test de evaluare este ilustrată în tabelul de mai jos:

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3
Nr. elevi	2	3	6	5	4	2	2	1

Media clasei la test este:

a) 7,3

b) 7,5

c) 8

d) 7

$$M_a = \frac{10 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 8 \cdot 6 + 7 \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 1}{2 + 3 + 6 + 5 + 4 + 2 + 2 + 1} =$$

$$= \frac{20 + 27 + 48 + 35 + 24 + 10 + 8 + 3}{25} = \frac{175}{25} = 7 \Rightarrow \underline{\underline{d}}$$

2

Simulare judet CJ - EN - matematica

5p 5. Suma numerelor întregi din intervalul $[-5; 5)$ este egală cu:

- a) 0
- b) 5
- c) -5
- d) -9

$$\begin{aligned} & (-5) + (-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + \\ & 1 + 2 + 3 + 4 = -5 \Rightarrow \underline{\underline{c)}} \end{aligned}$$

5p 6. Suma a două numere este 480, iar diferența lor este egală cu 240. Afirmația „unul dintre numere este o treime din celălalt” este:

- a) Adevărată
- b) Falsă

notăm a, b cele 2 nr $\Rightarrow a + b = 480$

$$a - b = 240$$

$$\frac{2a}{2} = 720 \quad (+) \quad | :2 \Rightarrow a = \frac{720}{2} = 360$$

$$\Rightarrow b = 480 - 360 = 120$$

$$120 = \frac{360}{3}$$

$$\Rightarrow b = \frac{a}{3} \text{ „A”} \Rightarrow \underline{\underline{a)}} \quad \Rightarrow$$

3

Simulare judet CJ - EN - matematica

5p 1. În figura alăturată punctele A, M, N și B sunt coliniare, $AM = \frac{1}{4}$ din AB, $AB = 16$ cm, N este mijlocul segmentului MB, iar P este mijlocul lui NB. Lungimea segmentului AP este:

- a) 12 cm
- b) 13 cm**
- c) 14 cm
- d) 15 cm



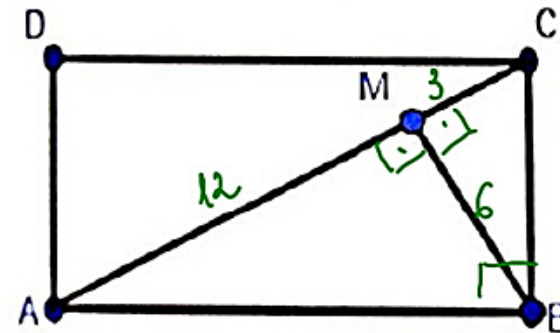
$$AM = \frac{1}{4} AB = \frac{1}{4} \cdot 16 = 4 \text{ cm} \Rightarrow MB = 16 - 4 = 12 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow MN = NB = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm} \Rightarrow NP = PB = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow AP = AM + MN + NP = 4 + 6 + 3 = 13 \text{ cm} \Rightarrow \underline{\underline{b)}}$$

5p 2. În dreptunghiul ABCD, $AB > BC$, $BM \perp AC$, $M \in AC$. Dacă $CM = 3$ cm, $AM = 12$ cm, atunci aria dreptunghiului ABCD este egală cu:

- a) 45 cm^2
- b) 90 cm^2**
- c) 100 cm^2
- d) 50 cm^2



$$AM = 12 \text{ cm}, CM = 3 \text{ cm} \Rightarrow AC = 15 \text{ cm}$$

4

Simulare judet CJ - EN - matematica

$\triangle AEB$ dreptunghic: T.Î (formula I) : $BM^2 = AM \cdot MC \Rightarrow$

$$\Rightarrow BM^2 = 12 \cdot 3 = 36 \Rightarrow BM = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

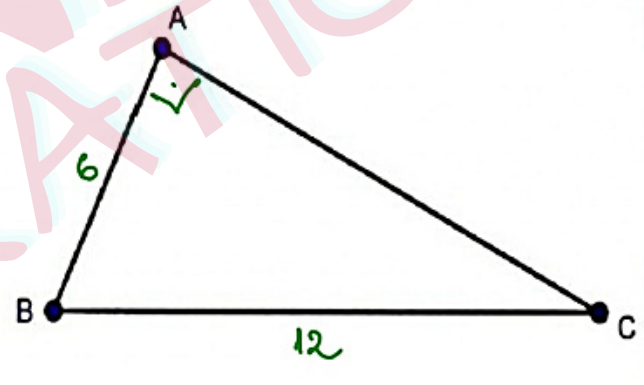
$$\Rightarrow A_{AEB} = \frac{BM \cdot AC}{2} = \frac{6 \cdot 15}{2} = 45 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_{ABCD} = 2A_{AEB} =$$

Obs: Se putea și doi T. cat. să se det.
AB și BC, apoi $A_{ABCD} = AB \cdot BC$

$$= 2 \cdot 45 = 90 \text{ cm}^2 \Rightarrow \underline{\underline{e)}}$$

5p 3. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A. Știind că $AB = 6 \text{ cm}$ și $BC = 12 \text{ cm}$, aflați lungimea laturii AC.

- a) 8 cm
- b) 6 cm
- c) $6\sqrt{3} \text{ cm}$
- d) $6\sqrt{2} \text{ cm}$



$$\triangle ABC \text{ dr, } \hat{A} = 90^\circ \xrightarrow{\text{T.P.}} BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC^2 = 12^2 - 6^2 = 6^2(2^2 - 1) = 6^2 \cdot 3 \Rightarrow AC = \sqrt{6^2 \cdot 3} = 6\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \underline{\underline{c)}}$

5

Simulare judet CJ - EN - matematica

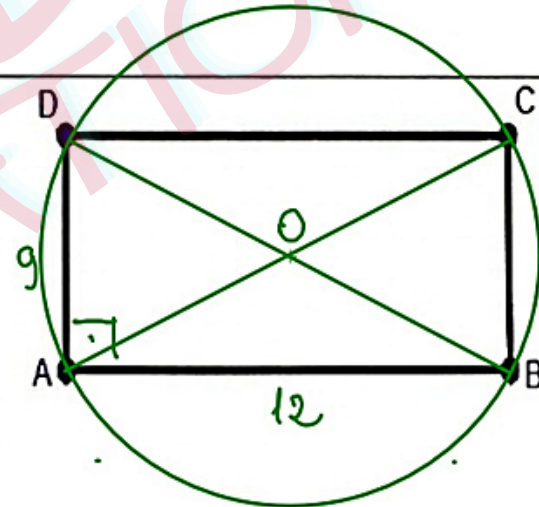
Obs: Se putea și: observăm că $AB = \frac{BC}{2}$ $\xRightarrow{R.T. 30^\circ}$ $\hat{A}CB = 30^\circ$

$$\cos \hat{A}CB = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AC}{12} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow AC = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow \underline{\underline{c}}$$

5p 4. Figura alăturată reprezintă un dreptunghi ABCD, cu lungimea $AB = 12$ m, iar lățimea $AD = 9$ m. Atunci raza cercului circumscris dreptunghiului este egală cu:

- a) 6 m
- b) 7 m
- c) 4,5 m
- d) 7,5 m**



Not. $AC \cap BD = \{O\}$
ABCD dreptunghi

$\Rightarrow OA \equiv OB \equiv OC \equiv OD \Rightarrow$

$\Rightarrow O = \text{centrul cercului circumscris}$
 dreptunghiului

6

Simulare judet CJ - EN - matematica

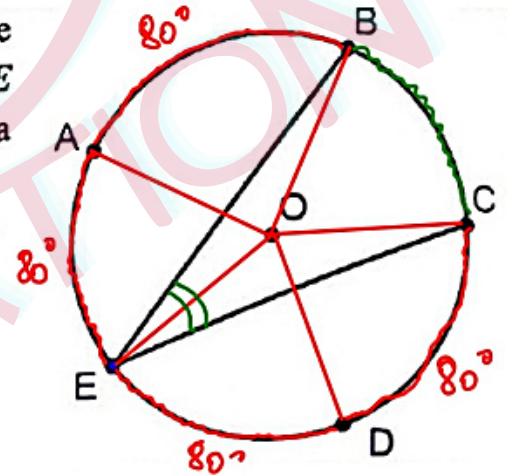
$$\Delta ABD \left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = 90^\circ \text{ T.P.} \\ \Rightarrow BD^2 = AB^2 + AD^2 \rightarrow BD^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = \\ = 225 \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{225} = 15 \text{ cm} = \text{diametrul} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = OB = OD = \frac{BD}{2} = \frac{15}{2} \text{ cm} = 7,5 \text{ cm} \Rightarrow \underline{\underline{d)}}$$

Sp 5. În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E se află pe cercul de centru O , astfel încât arcele mici AB, CD, DE și EA sunt congruente și au măsura egală cu 80° . Măsura unghiului $\sphericalangle BEC$ este egală cu:

- a) 40°
- b) 10°
- c) 80°
- d) 20°

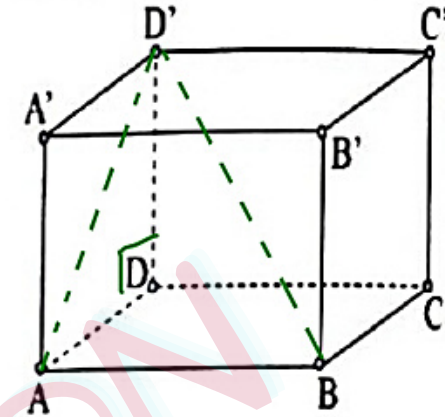


$$\begin{aligned} \widehat{AB} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA} = 80^\circ &\Rightarrow \\ \Rightarrow \widehat{BC} = 360^\circ - 4 \cdot 80^\circ = 360^\circ - 320^\circ = 40^\circ & \\ \left. \begin{array}{l} B, E, C \in \ell(O, R) \Rightarrow \widehat{BEC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \end{array} \right\} &\Rightarrow \widehat{BEC} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ \\ &\Rightarrow \underline{\underline{d)}} \end{aligned}$$



Simulare judet CJ - EN - matematica

- 5p 6. În figura alăturată este reprezentată o cutie în formă de cub ABCDA'B'C'D' care are diagonala feței ADD'A' egală cu $9\sqrt{2}$ cm. Diagonala cubului are lungimea egală cu:



- a) $9\sqrt{3}$ cm
b) 9 cm
c) $6\sqrt{2}$ cm
d) $8\sqrt{3}$ cm

$$\left. \begin{array}{l} AD' = DA' = 9\sqrt{2} \text{ cm} \\ ADD'A' \text{ pătrat} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AD = DD' = 9 \text{ cm} \\ (d_{\text{pătrat}} = l\sqrt{2}) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{\text{cub}} = l\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow \underline{\underline{a)}}$$



Simulare judet CJ - EN - matematica

SUBIECTUL al III-lea

Scris rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p** 1. Numerele a și b sunt direct proporționale cu 5 și 8, numerele b și c sunt invers proporționale cu 3 și 2, iar $3a + 2b - c = 57$.
(2p) a) Demonstrați că $c = 2,4 \cdot a$.
(3p) b) Aflați numerele a, b, c .

$$a) \{a; b\} \text{ d.p. } \{5; 8\} \Rightarrow \frac{a}{5} = \frac{b}{8} = k_1$$

$$\{b; c\} \text{ i.p. } \{3; 2\} \Rightarrow b \cdot 3 = c \cdot 2 = k_2$$

Atentie! $k_1 \neq k_2$!

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 5k_1 ; \quad b = 8k_1 \\ b = \frac{k_2}{3} ; \quad c = \frac{k_2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow 8k_1 = \frac{k_2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_2 = 24k_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} c = \frac{24k_1}{2} = 12k_1 \\ a = 5k_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{12k_1}{5k_1} = \frac{12}{5} \Rightarrow c = \frac{12}{5} a = \underline{\underline{2,4a}} \quad \textcircled{9}$$

Simulare judet CJ - EN - matematica

b) Inlocuim $a = 5k_1$; $b = 8k_1$; $c = 12k_1$ in relatia:

$$3a + 2b - c = 57 \Rightarrow 3 \cdot 5k_1 + 2 \cdot 8k_1 - 12k_1 = 57 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 15k_1 + 16k_1 - 12k_1 = 57 \Leftrightarrow 19k_1 = 57 \quad | : 19 \quad \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow k_1 = \frac{57}{19} = 3 \Rightarrow \underline{\underline{k_1 = 3}} \Rightarrow a = 5 \cdot 3 = \underline{\underline{15}}$$
$$b = 8 \cdot 3 = \underline{\underline{24}}$$
$$c = 12 \cdot 3 = \underline{\underline{36}}$$

Facem si verificările:

$$b \cdot 3 = c \cdot 2 = k_2$$
$$k_2 = 24 \cdot k_1 = 24 \cdot 3 = 72 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 24 \cdot 3 = 36 \cdot 2 = 72 \quad \underline{\underline{A''}}$$

$$3a + 2b - c = 57 \Leftrightarrow 3 \cdot 15 + 2 \cdot 24 - 36 = 57 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 45 + 48 - 36 = 57 \Leftrightarrow 48 + 12 = 57 \quad \underline{\underline{A'}}$$



Simulare judet CJ - EN - matematica

5p 2. Se dă expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{1-x}\right) \cdot \frac{x+1}{2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

(2p) a) Arătați că $E(x) = \frac{x+1}{x-1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

(3p) b) Aflați numerele întregi x pentru care valoarea expresiei $E(x)$ este număr întreg.

$$a) E(x) = \left(\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{1-x}\right) \cdot \frac{x+1}{2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$$

$$E(x) = \left(\frac{1}{(x-1)(x+1)} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{-(x-1)}\right) \cdot \frac{x+1}{2} =$$

$$= \left(\frac{2}{(x-1)(x+1)} + \frac{\frac{x-1}{1}}{x+1} + \frac{\frac{x+1}{1}}{x-1}\right) \cdot \frac{x+1}{2} =$$

$$= \left(\frac{2}{(x-1)(x+1)} + \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} + \frac{x+1}{(x-1)(x+1)}\right) \cdot \frac{x+1}{2} =$$

$$= \frac{2 + \cancel{x-1} + \cancel{x+1}}{(x-1)\cancel{(x+1)} \cdot 1} \cdot \frac{\cancel{x+1}}{2} = \frac{2+2x}{2(x-1)} = \frac{\cancel{2}(1+x)}{\cancel{2}(x-1)} = \frac{x+1}{x-1}$$

$x \neq -1$ $x \neq 1$



Simulare judet CJ - EN - matematica

$$e) x \in \mathbb{Z} \text{ a.i. } \frac{x+1}{x-1} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-1 \mid x+1 \\ \text{si} \\ x-1 \mid x-1 \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-1 \mid x+1 \\ x-1 \mid -x+1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{adunăm} \\ \Rightarrow \end{array}$$

$$\Rightarrow x-1 \mid x+1 - x+1 \Rightarrow x-1 \mid 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-1 \in D_2 = \{-2; -1; 1; 2\} \mid +1 \Rightarrow$$

↳ divizorii lui 2 în \mathbb{Z} ! deci și divizorii negativi!

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \in \{-1; 0; 2; 3\} \\ x \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{x \in \{-1; 0; 2; 3\}}$$

Proba: $\frac{-1+1}{-1-1} = 0 \in \mathbb{Z}$; $\frac{0+1}{0-1} = -1 \in \mathbb{Z}$; $\frac{2+1}{2-1} = 3 \in \mathbb{Z}$;
 $\frac{3+1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2 \in \mathbb{Z}$

12

Simulare judet CJ - EN - matematica

5p

3. Se consideră numerele $a = \sqrt{5} \cdot (4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}) - 2(2\sqrt{10} + 3)$ și

$$b = 2\sqrt{7} \cdot (3 + \sqrt{3}) - 2(3 + \sqrt{21}) - 6(\sqrt{7} - 7)$$

(2p) a) Arătați că a este număr întreg.

(3p) b) Calculați media geometrică a numerelor a și b .

$$a) \quad a = \sqrt{5} \cdot (4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}) - 2(2\sqrt{10} + 3) =$$

$$= \cancel{4\sqrt{10}} + 3 \cdot 5 - \cancel{4\sqrt{10}} - 6 = 15 - 6 = \underline{\underline{9}} \in \mathbb{Z}$$

$$b) \quad b = 2\sqrt{7} \cdot (3 + \sqrt{3}) - 2(3 + \sqrt{21}) - 6(\sqrt{7} - 7) =$$

$$= \cancel{6\sqrt{7}} + 2\sqrt{21} - 6 - \cancel{2\sqrt{21}} - \cancel{6\sqrt{7}} + 42 = 42 - 6 = \underline{\underline{36}}$$

$$\Rightarrow M_g = \sqrt{9 \cdot 36} = 3 \cdot 6 = \underline{\underline{18}}$$

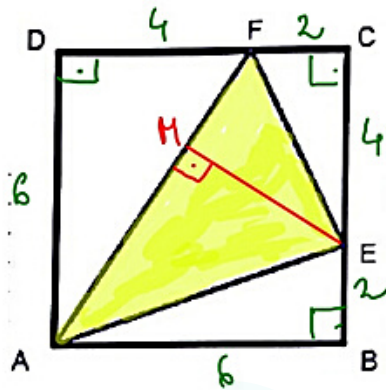
13

Simulare judet CJ - EN - matematica

Sp 4. Fie $ABCD$ un pătrat de latură 6 cm și punctele
 $E \in BC, F \in CD$ astfel încât $BE = FC = \frac{1}{3} \cdot BC$.

(2p) a) Calculați aria triunghiului AEF .

(3p) b) Arătați că distanța de la punctul E la latura AF este în intervalul $(3; 4)$.



$$a) BC = 6 \text{ cm} \Rightarrow BE = FC = \frac{1}{3} \cdot 6 = \underline{\underline{2 \text{ cm}}}$$

$$\Rightarrow DF = CE = 6 - 2 = 4 \text{ cm}$$

$$A_{AEF} = A_{ABCD} - A_{ADF} - A_{FCE} - A_{ABE}$$

$$A_{ABCD} = AB^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$$

$$\Delta ADF : \hat{D} = 90^\circ \Rightarrow A_{ADF} = \frac{DF \cdot AD}{2} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

$$\Delta FCE : \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow A_{FCE} = \frac{FC \cdot CE}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ cm}^2$$

$$\Delta ABE : \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow A_{AEB} = \frac{EB \cdot AB}{2} = \frac{2 \cdot 6}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

\Rightarrow **14**

Simulare judet CJ - EN - matematica

$$\Rightarrow A_{AFE} = 36 - 12 - 4 - 6 = 36 - 22 = \underline{\underline{14 \text{ cm}^2}}$$

b) not. $EM \perp AF$, $M \in AF \Rightarrow d(E, AF) = EM$

$$\Rightarrow A_{AFE} = \frac{EM \cdot AF}{2} \stackrel{a)}{\Rightarrow} \frac{EM \cdot AF}{2} = 14 \text{ cm}^2 (1)$$

$$\triangle DAF \left\{ \begin{array}{l} \hat{D} = 90^\circ \\ AD = 6 \text{ cm} \\ DF = 4 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{T.P.} \Rightarrow AF^2 = AD^2 + DF^2 = 6^2 + 4^2 =$$
$$= 36 + 16 = 52 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r|l} 52 & 2 \\ 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & 1 \end{array} > 2 \Rightarrow AF = \sqrt{52} \text{ cm} = 2\sqrt{13} \text{ cm} \Rightarrow$$

$$(1) \Rightarrow \frac{EM \cdot 2\sqrt{13}}{2} = 14 \Rightarrow EM = \frac{\sqrt{13}}{14} = \frac{14\sqrt{13}}{13} \text{ cm}$$

$$EM \in (3; 4) \Leftrightarrow 3 < EM < 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3 < \frac{14}{\sqrt{13}} < 4 \quad | \cdot \sqrt{13} \Leftrightarrow 3\sqrt{13} < 14 < 4\sqrt{13} \Leftrightarrow$$

15

Simulare judet CJ - EN - matematica

$$\Leftrightarrow \sqrt{3^2 \cdot 13} < \sqrt{14^2} < \sqrt{4^2 \cdot 13} \Leftrightarrow \sqrt{9 \cdot 13} < \sqrt{196} < \sqrt{16 \cdot 13} \Leftrightarrow$$

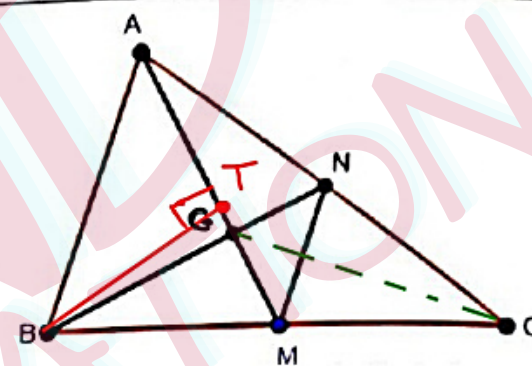
$$\Leftrightarrow \sqrt{117} < \sqrt{196} < \sqrt{208} \quad , A'' \Rightarrow EM \in (3; 4) \Rightarrow \underline{d(E, AF) \in (3; 4)} \quad \#$$

5 p
5. În triunghiul ABC , AM și BN sunt mediane, $M \in BC$, $N \in AC$, iar $AM \cap BN = \{G\}$. Se știe că aria triunghiului ABC este egală cu 120 cm^2 .

(2p) a) Arătați că $\Delta MNG \sim \Delta ABG$



(3p) b) Calculați aria triunghiului ABG .



$$\left. \begin{array}{l} a) M = \text{mijl. } [BC] \\ N = \text{mijl. } [AC] \end{array} \right\} \Rightarrow MN = \text{l. mijlocie în } \Delta ABC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MN \parallel AB \stackrel{T.F.A}{\Rightarrow} \Delta MNG \sim \Delta ABG$$

$$b) AM = \text{mediana} \Rightarrow A_{ABM} = A_{ACH} = \frac{A_{ABC}}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

16

Simulare judet CJ - EN - matematica

$$\begin{aligned} \text{Ducem } BT \perp AM \Rightarrow A_{ABM} &= \frac{BT \cdot AM}{2} \\ \text{si } A_{ABG} &= \frac{BT \cdot AG}{2} \end{aligned} \Rightarrow \frac{A_{ABG}}{A_{ABM}} = \frac{\frac{BT \cdot AG}{2}}{\frac{BT \cdot AM}{2}} =$$
$$= \frac{\cancel{BT} \cdot AG}{\cancel{BT} \cdot AM} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \quad (G = \text{c. de greutate}) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{A_{ABG}}{60} = \frac{2}{3} \Rightarrow A_{ABG} = \frac{60 \cdot 2}{3} = \underline{\underline{40 \text{ cm}^2}}$$

Obs: Similar se arata ca $A_{ACG} = A_{BCG} = 40 = \frac{A_{ABC}}{3} \Rightarrow$

\Rightarrow Se poate retine ca: $A_{ACG} = A_{ABG} = A_{BCG} = \frac{A_{ABC}}{3}$

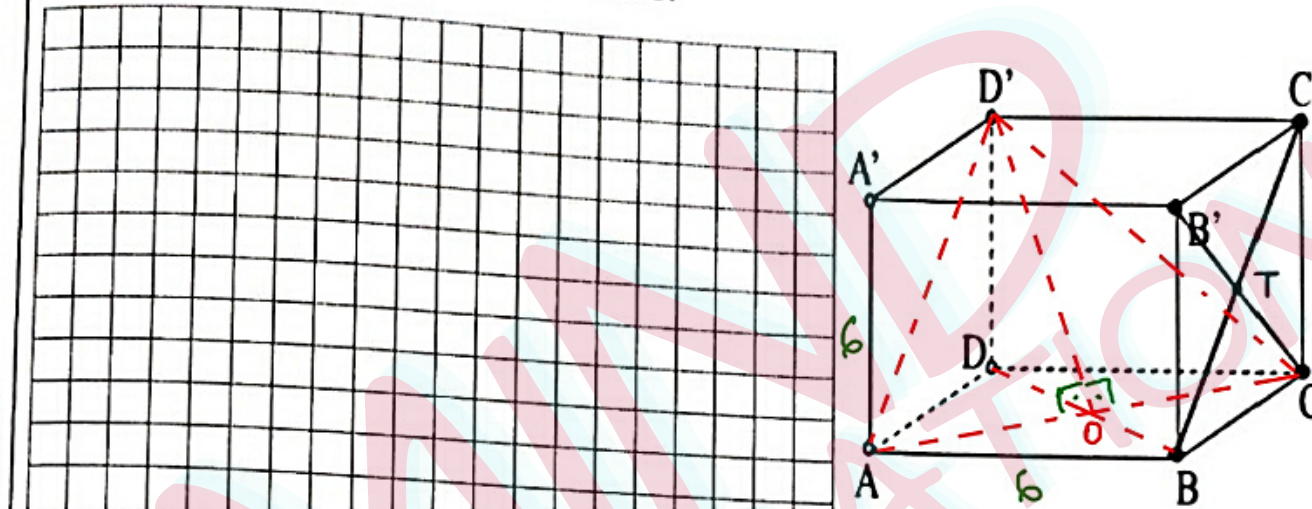
unde $G = \text{c. de greutate}$

Simulare judet CJ - EN - matematica

5p

6. Fie cubul $ABCDAA'B'C'D'$ cu lungimea laturii de 6 cm, $BC' \cap B'C = \{T\}$.

a) (2p) Calculați distanța de la D' la AC .



(3p) b) Calculați cosinusul unghiului dintre AT și $D'C$.

a) Fie $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow AO \equiv OC$

$\Delta D'AC \begin{cases} D'A = D'C = AC = \text{diag. în pătri. de latură } 6 \text{ cm} = 6\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow \\ AO \equiv OC \end{cases} \Rightarrow \Delta \text{ echilat. } \Rightarrow D'O \perp AC \Rightarrow$

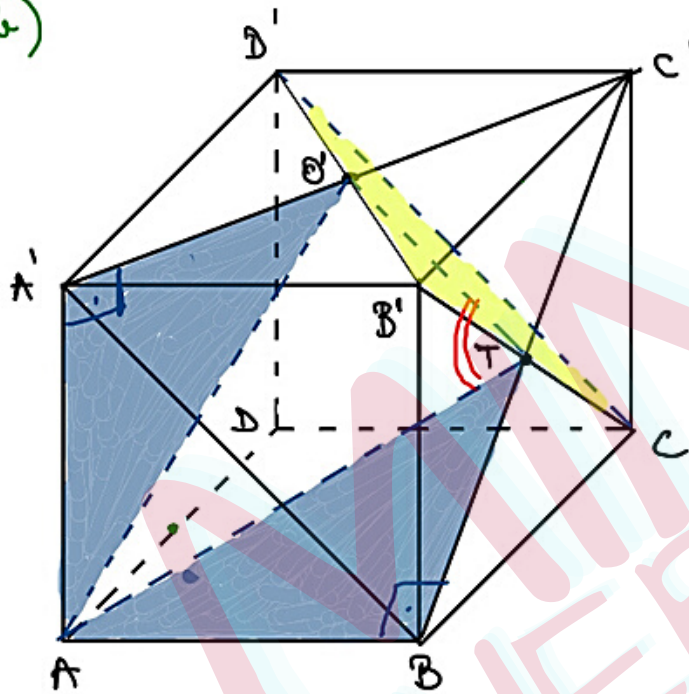
$\Rightarrow d(D', AC) = D'O$
 $\Delta D'AC \text{ echilat. } \Rightarrow D'O = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{6} \text{ cm}$

18

Simulare judet CJ - EN - matematica

$$\Rightarrow d(D', Ac) = 3\sqrt{6} \text{ cm}$$

b)



$$\text{Fie } \{O'\} = A'C' \cap B'D' \Rightarrow$$

$$\rightarrow O'A \equiv O'C \text{ \& } D'O' \equiv B'O'$$

$$\{T\} = B'C \cap BC' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TB \equiv TC' \text{ \& } B'T \equiv TC$$

$$\Rightarrow \triangle B'D'C \left\{ \begin{array}{l} D'O' \equiv O'B' \\ B'T \equiv TC \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow O'T \text{ linie mijl} \Rightarrow O'T \parallel D'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow O'T = \frac{D'C}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm} \quad (1)$$

$$\Rightarrow (\widehat{AT, D'C}) = (\widehat{AT, O'T}) = \widehat{ATO'} \text{ sau complementul sau}$$

(In acest moment nu stiim daca $\widehat{ATO'}$ este ascutit sau obtuz
si cum unghiul dintre 2 drepte este cel ascutit, nu stiim
daca $\widehat{ATO'}$ sau complementul sau este $(\widehat{AT, O'T})$)

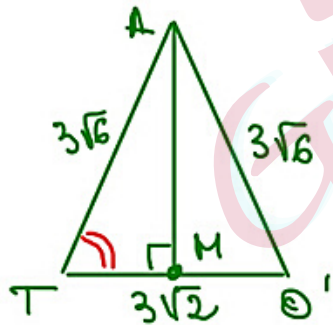
Simulare judet CJ - EN - matematica

$$\Delta AA'O \equiv \Delta ABT \quad \left\{ \begin{array}{l} \widehat{AA'O} = \widehat{ABT} = 90^\circ \text{ (} AA' \perp (A'B'C') \text{ si} \\ \text{AB} \perp (BB'C') \text{)} \\ \text{(c.c.)} \\ A'O' = BT = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm (jumatate} \\ \text{dii diag. patrat)} \\ AA' \equiv AB \end{array} \right.$$

$$\Downarrow \\ AO' \equiv AT \Rightarrow \Delta AO'T \text{ isoscel} \Rightarrow \widehat{ATO'} < 90^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow (\widehat{AT, O'T}) = \widehat{ATO'}$$

$$\Delta ABT : T.P : AT^2 = AB^2 + BT^2 \Rightarrow AT^2 = 6^2 + (3\sqrt{2})^2 = \\ = 6^2 + 3^2 \cdot 2 = \\ = 3^2(2^2 + 2) = 3^2 \cdot 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AT = \sqrt{3^2 \cdot 6} = \underline{\underline{3\sqrt{6} \text{ cm}}} = AO' ;$$



In $\Delta ATO'$: deoarece $AM \perp TO'$

$$\Rightarrow \Delta ATM \quad \left\{ \begin{array}{l} \widehat{ATO} = 90^\circ \\ AT = 3\sqrt{6} \text{ cm} \\ TM = \frac{TO'}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm (dii (1))} \end{array} \right. \Rightarrow$$

20

Simulare judet CJ - EN - matematica

$$\begin{aligned}\Rightarrow \cos(\widehat{ATM}) &= \frac{TM}{AT} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{3\sqrt{6}} = \frac{\cancel{3}\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{3}\sqrt{6}} \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \cos(\widehat{AT, D'C}) = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

MIND GENERATION

21